Hints en uitwerkingen huiswerk 2013 Analyse 1 H11

Rocco van Vreumingen

22 augustus 2014

Inhoudsopgave

1 Hints 1

11.6) Kijk bij (3) vooral naar de zin die eronder staat:"Thus a sequence ... into N."

11.7) Gebruik stelling 11.2.

2 Hints 2

11.6) Definieer je deelrij als $u = t(\sigma_1)$. Dat is dan de deelrij van een deelrij.

3 Hints 3

11.6) Omdat t gedefinieerd is als $t = s(\sigma)$, of herschreven $t = s(\sigma_2)$, kun je verder schrijven $u = t(\sigma_1) = s(\sigma_2(\sigma_1))$.

4 Hints 4

11.6) Als dit gelijk is aan $s(\sigma)$, dan heb je een deelrij van s, en dan ben je er. Maar dan moet je eerst nog bewijzen dat een samenstelling van 2 selectiefuncties een selectiefunctie is.

5 Hints 5

11.6) Ofwel TB $\sigma_2(\sigma_1(n))$ is een stijgende functie van $\mathbb{N}$ naar $\mathbb{N}$.

6 Hints 6

11.6) Van $\mathbb{N}$ naar $\mathbb{N}$ is duidelijk, want $\sigma_2(\sigma_1(\mathbb{N})) \subseteq \sigma_2(\mathbb{N}) \subseteq \mathbb{N}$

7 Hints 7

11.6) TB $\sigma_2(\sigma_1(n)) \leq \sigma_2(\sigma_1(n+1))\ \forall n \in \mathbb{N}$.

8 Hints 8

$\sigma_2(n) \leq \sigma_2(n+1)\ \forall n \in \mathbb{N}$.

9 Hints 9

Dus TB $\sigma_1(n) \leq \sigma_1(m)$ met $n \leq m$.

10 Hints 10

11 Antwoorden

11.2a) 1; $1/n$; n^2; $\frac{6n+4}{7n-3}$

11.2b) $\{1, -1\}$; $\{0\}$; $\{\infty\}$; $\{6/7\}$

11.2c) $\limsup(a_n) = 1$, $\liminf(a_n) = -1$; $\limsup(b_n) = 0$, $\liminf(b_n) = 0$; ∞, ∞; $6/7$, $6/7$.

11.2d) b_n, d_n, c_n; geen

11.2e) a_n; b_n; d_n

11.4a) 2, 5, 1, n

11.4b) $\{2, -2\}$, $\{1/5, 5\}$, $\{0, 1\}$, $\{\infty\}$

11.4c) $2, -2, 5, 1/5, 1, 0, \infty, \infty$

11.4d) geen; z_n; geen

11.4e) w_n, x_n, y_n

11.5a) $[0, 1]$

11.5b) $\limsup(q_n) = 1, \liminf(q_n) = 0$

11.6) Definieer $u = t(\sigma_1)$ met σ een selectiefuntie.
Dan is $u = t(\sigma_1) = s(\sigma_2(\sigma_1)) = s(\sigma)$ en dat is een deelrij van s.
Maar TB is nog dat $\sigma_1(\sigma_2) = \sigma$ ofwel een selectiefunctie van een selectiefunctie is weer een selectiefunctie.
σ is een functie van $\mathbb{N}$ naar $\mathbb{N}$ stijgend, dus $\sigma(n) \leq \sigma(n+1)\ \forall n \in \mathbb{N}$.
TB $\sigma_1(\sigma_2(n)) \leq \sigma_1(\sigma_2(n+1))$
$\sigma_2(n) \leq \sigma_2(n+1)$ dus TB $\sigma_1(n) \leq \sigma_1(m)$ met $n \leq m$.
Maar $\sigma_1(n) \leq \sigma(n+1) \leq \sigma(n+2) \leq ... \leq \sigma_1(m)$ dus $\sigma_1(n) \leq \sigma_1(m)$.

11.7) Volgens stelling 11.2(ii) voldoet het TB r_n is onbegrensd boven, dus TB $\forall M > 0\ \exists n \in \mathbb{N}$ zdd: $r_n > M$ ofwel TB $\forall M > 0\ \exists q \in \mathbb{Q}$ zdd $q > M$.
Als je nu "$M + 1$" invoegt net vóór "$q > M$"dan juist (dichtheid $\mathbb{Q}$ in $\mathbb{R}$).